

過去問整理
↓

【問4】 フィードバック制御系について、次の問に答えよ。ただし、図2中のゲイン K は正の実数とする。

- (1) 図1に示す制御対象の入力 $U(s)$ に単位ステップ信号を入力したときの出力 $Y(s)$ の時間応答を求めよ。ただし、初期状態は零とする。
- (2) 図2に示すフィードバック制御系の一巡周波数伝達関数のベクトル軌跡が複素平面の実軸を切るときの交点を求めよ。また、そのときの角周波数 ω_0 を求めよ。
- (3) 上記(2)の結果にナイキストの安定判別法を適用して、制御系を安定にするゲイン K の範囲を求めよ。
- (4) 図2のフィードバック制御系の特性方程式を求めよ。
- (5) 上記(4)で得た特性方程式のラウス表を示したのち、制御系を安定にするゲイン K の範囲を求めよ。
- (6) 図2のフィードバック制御系が安定限界であるとき、閉ループ伝達関数の三つの極を求めよ。

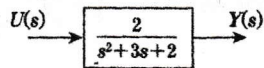


図1 制御対象

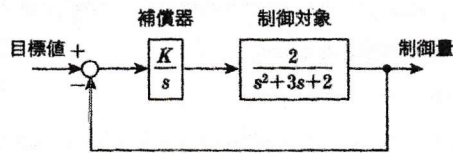
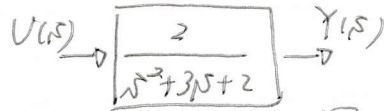


図2 フィードバック制御系

今回は自動制御の中で安定度問題を取り上げたい。

以下
 (1) 図1のシステムの応答 $Y(s)$ を求めよ



$$Y(s) = \frac{1}{s} \times \frac{2}{s^2+3s+2} = \frac{A}{s} + \frac{B}{s+1} + \frac{C}{s+2}$$

$$Y(s) = \frac{1}{s} + \frac{-2}{s+1} + \frac{1}{s+2}$$

上式より

$$y(t) = \mathcal{L}^{-1}[Y(s)] = 1 - 2e^{-t} + e^{-2t} \quad (\text{答})$$

補足

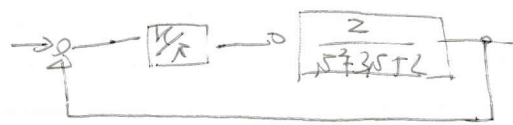
$$B = [(s+1)Y(s)]_{s=-1} = \left[\frac{2}{s(s+2)} \right]_{s=-1} = -2$$

$$A = [sY(s)]_{s=0} = \left[\frac{2}{s^2+3s+2} \right]_{s=0} = 1$$

$$C = [(s+2)Y(s)]_{s=-2} = \left[\frac{2}{s(s+1)} \right]_{s=-2} = 1$$

(2) 一定の周波数伝達関数 (図2) は

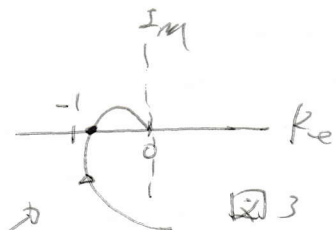
$$\left[\frac{k}{s} \cdot \frac{2}{s^2+3s+2} \right]_{s=j\omega}$$



$$= \frac{2k}{-3\omega^2 + j\omega(2-\omega^2)}$$

上式より実軸交点は $2-\omega^2=0$ より $\omega=V2$ (答)

交点 $(-k/3, j0)$ (答)



(3) $k=3$ の安定条件は $-1 < -k/3 < 0$ (1行外線図) より

$$k < 3 \quad (\text{答})$$

(4) $1 + \frac{k}{s} \cdot \frac{2}{s^2+3s+2} = 0$ より $s^3+3s^2+2s+2k=0$ (答) 3-階特性方程式

5) 行列表 1-階特性方程式より

s^3	1	2
s^2	3	2k
s^1	$\frac{6-2k}{3}$	0
s^0	2k	0

$$-\left| \begin{matrix} 1 & 2 \\ 3 & 2k \end{matrix} \right| = \frac{6-2k}{3} \quad (r_1)$$

$$-\left| \begin{matrix} 3 & 2k \\ \frac{6-2k}{3} & 0 \end{matrix} \right| = 2k \quad (r_2)$$

$$\frac{6-2k}{3}$$

右は0
2例目4行目

行列表より $2k > 0$ より $k > 0$, $6-2k > 0$ より $3 > k$

より $0 < k < 3$ (答)

(6) 安定限界 図3より $k=3$ である。4-階特性方程式より

$$s^3+3s^2+2s+2 \times 3 = 0$$

$$(s^2+2)(s+3) = 0$$

上式より 極は $s = -3$, $s^2 = -2$ より $s = \pm j\sqrt{2}$

極 -3 , $+j\sqrt{2}$, $-j\sqrt{2}$ (答)

